

a) Division eines Bruches durch eine natürliche Zahl

1. Beispiel („Tortenstück“):

Ein Tortenstück wird in drei gleiche Teile aufgeteilt.
 $\frac{6}{8}$ einer Torte ist auf 3 Personen gerecht zu verteilen.

Lösung: Wir lösen das Problem zunächst mit Hilfe einer Zeichnung:

Die zugehörige Rechnung sieht so aus: $\frac{6}{8} T : 3 = \frac{6:3}{8} T = \frac{2}{8} T = \frac{1}{4} T$
 Jede Person erhält $\frac{1}{4}$ einer Torte.

Diese Aufgabe war deshalb sehr leicht, weil durch 3 geteilt werden sollte und der Zähler durch 3 teilbar ist. Das ist aber nur selten so!

2. Beispiel („Punktierte Noten in der Musik“):

Jetzt ein Beispiel aus der Musik: Vielleicht kennst du dieses Spiritual. Kannst du alle Notenlängen richtig benennen? Was bedeutet insbesondere der Punkt hinter einer Note?

Kum ba yah

1. Kum ba yah, my Lord, Kum ba yah! Kum ba yah, my Lord, Kum ba yah! Kum ba yah, my Lord, Kum ba yah!

yah! Kum ba yah, my Lord, Kum ba yah! Oh, Lord, Kum ba yah!

Aus dem Musikunterricht weißt du sicherlich, dass hier Halb-, Viertel-, Achtel- und Sechzehntelnoten auftreten. Ein Punkt hinter einer Note verlängert sie um die Hälfte ihres Wertes. Eine punktierte Achtelnote hat also den Wert

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : 2$$

Wie können wir $\frac{1}{8} : 2$, also die Hälfte von $\frac{1}{8}$ bestimmen?

Statt „die Hälfte von ...“ können wir auch „ein halb mal ...“ schreiben.

Also $\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8 \cdot 2} = \frac{1}{16}$

Allgemein:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

Ein Bruch wird durch eine natürliche Zahl dividiert, indem man den Zähler beibehält und den Nenner mit dieser Zahl multipliziert.

Damit hat die punktierte Achtelnote den Wert

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8 \cdot 2} = \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

Ein weiteres Beispiel: $\frac{12}{35} : 8 = \frac{12}{35 \cdot 8} = \frac{3}{35 \cdot 2} = \frac{3}{70}$

3. Beispiel: Was macht man, wenn der Dividend eine gemischte Zahl ist?

$$8\frac{1}{2} : 6 = \frac{17}{2} : 6 = \frac{17}{2 \cdot 6} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

Wir wandeln in so einem Fall also die gemischte Zahl in einen unechten Bruch um.

Als Zusammenfassung nochmal drei Beispiele:

a) $\frac{14}{5} : 7$ b) $\frac{8}{3} : 3$ c) $3\frac{1}{8} : 25$

Lösung:

a) Der Zähler 14 ist durch 7 teilbar. Also: $\frac{14}{5} : 7 = \frac{14 : 7}{5} = \frac{2}{5}$

b) Der Zähler 8 ist nicht durch 3 teilbar. Also: $\frac{8}{3} : 3 = \frac{8}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$

c) Wir verwandeln die gemischte Zahl in einen unechten Bruch

$$3\frac{1}{8} = \frac{25}{8}$$

und stellen fest, dass der Zähler durch die Zahl teilbar ist.

Also: $3\frac{1}{8} : 25 = \frac{25}{8} : 25 = \frac{25 : 25}{8} = \frac{1}{8}$

Löse nun selbst folgende Aufgaben:

a) $\frac{2}{3} : 3 =$ b) $\frac{6}{7} : 2 =$ c) $\frac{5}{6} : 10 =$ d) $\frac{4}{5} : 5 =$

e) $\frac{3}{4} : 2 =$ f) $\frac{8}{15} : 12 =$ g) $\frac{18}{23} : 6 =$ h) $\frac{27}{35} : 12 =$

i) $\frac{7}{10} : 5 =$ j) $\frac{20}{33} : 16 =$ k) $\frac{91}{100} : 35 =$ l) $\frac{49}{50} : 56 =$